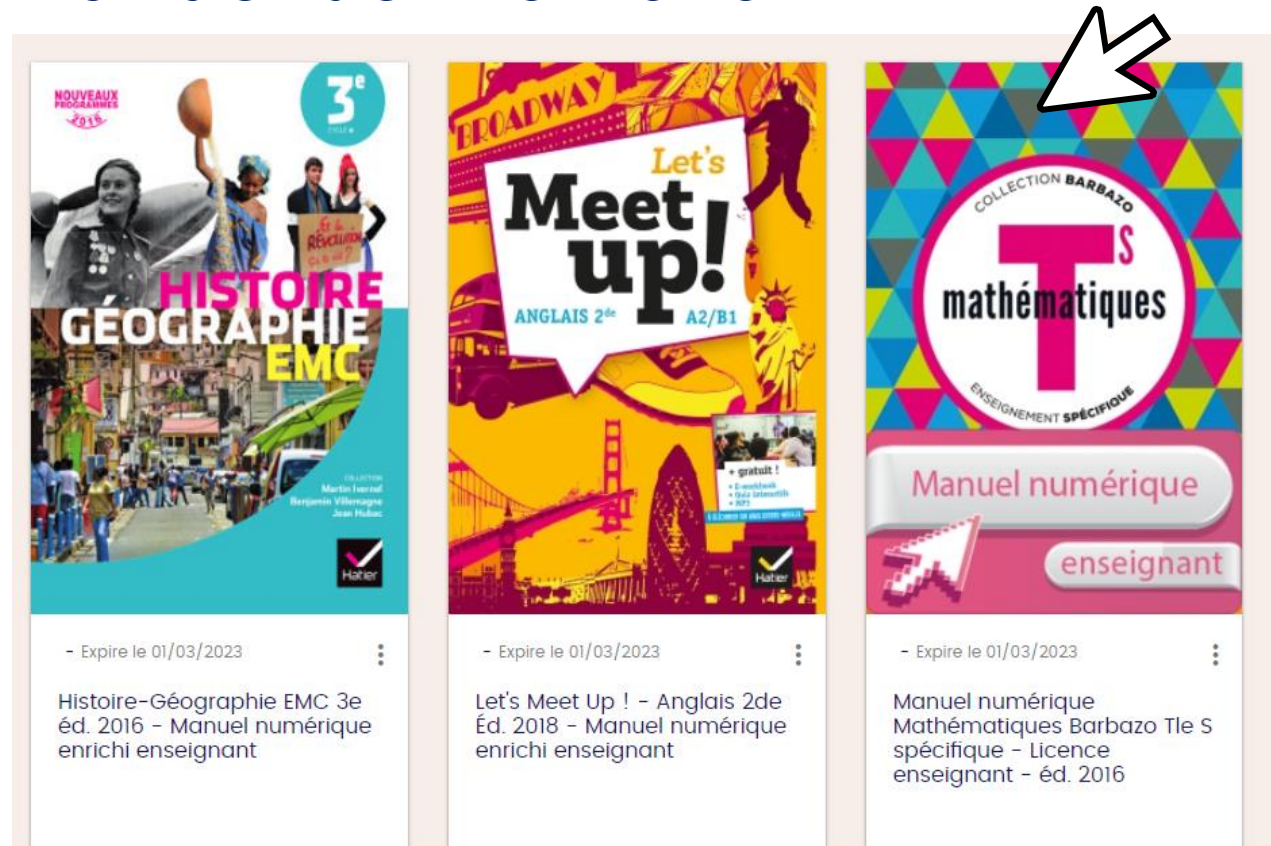


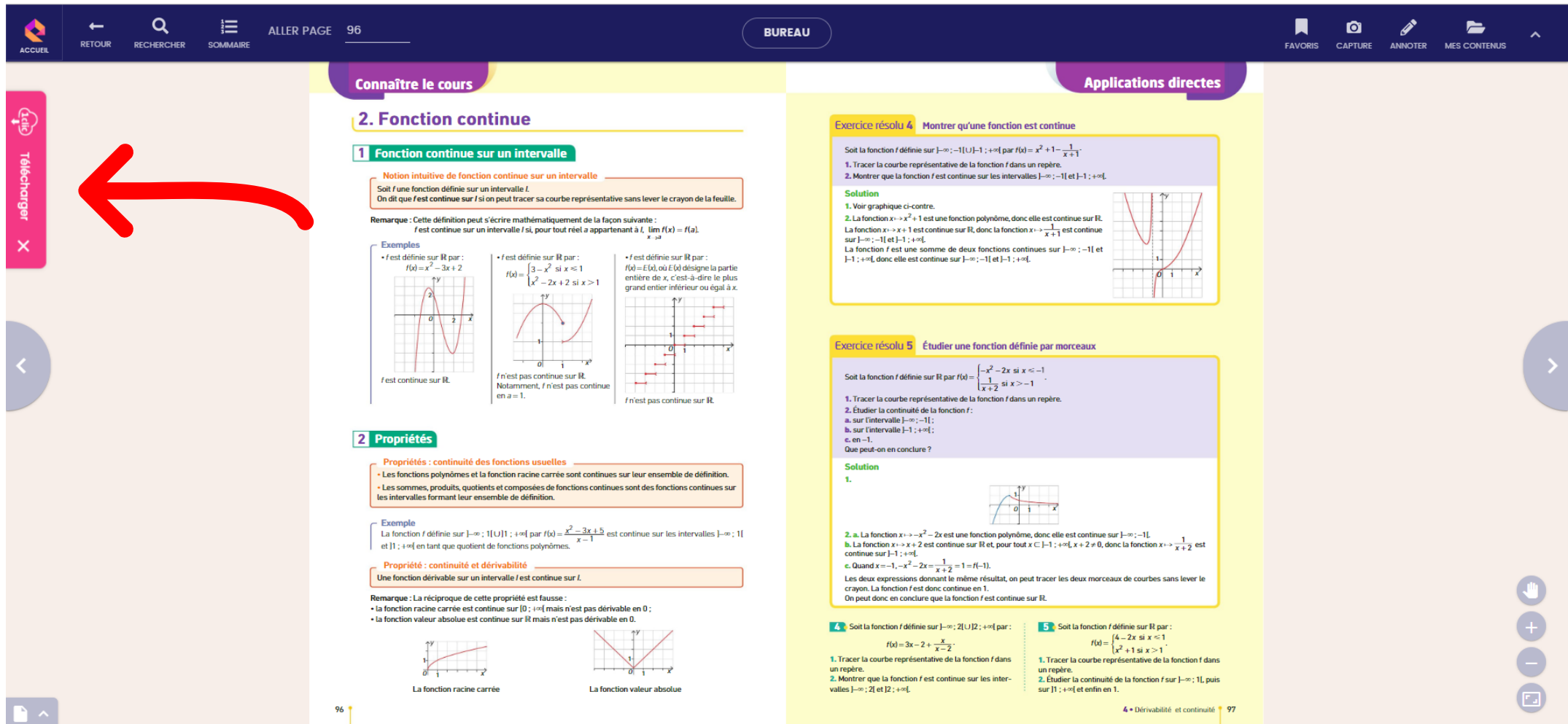
Télécharger mon manuel
numérique avec  **éducadhoc**

1 - J'ouvre éducadhoc en ligne depuis mon ENT ou internet,
via mon ordinateur ou ma tablette

2 - J'ouvre le manuel de mon choix :



3 – Je clique sur télécharger



The screenshot shows a digital textbook interface with a dark blue header containing navigation icons (ACCUEIL, RETOUR, RECHERCHER, SOMMAIRE, ALLER PAGE 96, BUREAU, FAVORIS, CAPTURE, ANNOTER, MES CONTENUS). The main content area is divided into two columns. The left column is titled 'Connaître le cours' and contains sections for '2. Fonction continue' and '2 Propriétés'. The right column is titled 'Applications directes' and contains 'Exercice résolu 4' and 'Exercice résolu 5'. A red arrow points to a 'Télécharger' button on the left sidebar.

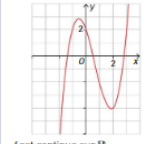
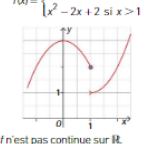
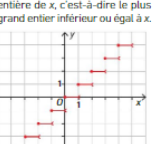
2. Fonction continue

1 Fonction continue sur un intervalle

Notion intuitive de fonction continue sur un intervalle
Soit f une fonction définie sur un intervalle I .
On dit que f est continue sur I si on peut tracer sa courbe représentative sans lever le crayon de la feuille.

Remarque : Cette définition peut s'écrire mathématiquement de la façon suivante :
 f est continue sur un intervalle I si, pour tout réel a appartenant à I , $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

Exemples

- f est définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

 f est continue sur \mathbb{R} .
- f est définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \begin{cases} 3 - x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 2x + 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$.

 f n'est pas continue sur \mathbb{R} .
Notamment, f n'est pas continue en $a = 1$.
- f est définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = E(x)$, où $E(x)$ désigne la partie entière de x , c'est-à-dire le plus grand entier inférieur ou égal à x .

 f n'est pas continue sur \mathbb{R} .

2 Propriétés

Propriétés : continuité des fonctions usuelles

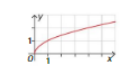
- Les fonctions polynômes et la fonction racine carrée sont continues sur leur ensemble de définition.
- Les sommes, produits, quotients et composées de fonctions continues sont des fonctions continues sur les intervalles formant leur ensemble de définition.

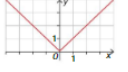
Exemple
La fonction f définie sur $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 5}{x - 1}$ est continue sur les intervalles $]-\infty; 1[$ et $]1; +\infty[$ en tant que quotient de fonctions polynômes.

Propriété : continuité et dérivabilité
Une fonction dérivable sur un intervalle I est continue sur I .

Remarque : La réciproque de cette propriété est fautive :

- la fonction racine carrée est continue sur $]0; +\infty[$ mais n'est pas dérivable en 0 ;
- la fonction valeur absolue est continue sur \mathbb{R} mais n'est pas dérivable en 0.

 La fonction racine carrée

 La fonction valeur absolue

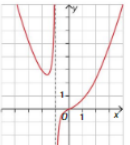
Applications directes

Exercice résolu 4 Montrer qu'une fonction est continue

Soit la fonction f définie sur $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ par $f(x) = x^2 + 1 - \frac{1}{x+1}$.

- Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère.
- Montrer que la fonction f est continue sur les intervalles $]-\infty; -1[$ et $] -1; +\infty[$.

Solution

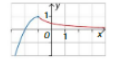
- Voir graphique ci-contre.

- La fonction $x \mapsto x^2 + 1$ est une fonction polynôme, donc elle est continue sur \mathbb{R} . La fonction $x \mapsto x + 1$ est continue sur \mathbb{R} , donc la fonction $x \mapsto \frac{1}{x+1}$ est continue sur $]-\infty; -1[\cup] -1; +\infty[$. La fonction f est une somme de deux fonctions continues sur $]-\infty; -1[$ et $] -1; +\infty[$, donc elle est continue sur $]-\infty; -1[\cup] -1; +\infty[$.

Exercice résolu 5 Étudier une fonction définie par morceaux

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{1}{x+2} & \text{si } x > -1 \end{cases}$.

- Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère.
- Étudier la continuité de la fonction f :
 - sur l'intervalle $]-\infty; -1[$;
 - sur l'intervalle $] -1; +\infty[$;
 - en -1 .Que peut-on en conclure ?

Solution

- 
- La fonction $x \mapsto -x^2 - 2x$ est une fonction polynôme, donc elle est continue sur $]-\infty; -1[$.
 - La fonction $x \mapsto x + 2$ est continue sur \mathbb{R} et, pour tout $x \in] -1; +\infty[$, $x + 2 > 0$, donc la fonction $x \mapsto \frac{1}{x+2}$ est continue sur $] -1; +\infty[$.
 - Quand $x = -1$, $-x^2 - 2x = -1 - 2 = -3 = f(-1)$.
Les deux expressions donnant le même résultat, on peut tracer les deux morceaux de courbes sans lever le crayon. La fonction f est donc continue en 1.
On peut donc en conclure que la fonction f est continue sur \mathbb{R} .

4 Soit la fonction f définie sur $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ par :

$$f(x) = 3x - 2 + \frac{x}{x-2}$$

- Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère.
- Montrer que la fonction f est continue sur les intervalles $]-\infty; 2[$ et $]2; +\infty[$.

5 Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} 4 - 2x & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère.
- Étudier la continuité de la fonction f sur $]-\infty; 1[$, puis sur $]1; +\infty[$ et enfin en 1.

96

4 • Dérivabilité et continuité | 97

4 – J'installe l'application Educadhoc si je ne l'ai pas encore fait

The screenshot shows the Educadhoc website interface. The top navigation bar includes 'ACCUEIL', 'RETOUR', 'RECHERCHER', 'SOMMAIRE', 'ALLER PAGE 96', 'BUREAU', 'FAVORIS', 'CAPTURE', 'ANNOTER', and 'MES CONTENUS'. The main content area is titled 'Connaître le cours' and 'Applications directes'. The current page is '2. Fonction continue'. A modal dialog box is displayed in the center, asking 'Vous souhaitez télécharger votre manuel ?' (Do you want to download your manual?). Below this question are two buttons: 'JE ME CONNECTE À L'APPLICATION ÉDUCADHOC' and 'J'INSTALLE ÉDUCADHOC'. The 'J'INSTALLE ÉDUCADHOC' button is highlighted with a red border and a mouse cursor. The background content includes sections like '1. Fonction continue sur un intervalle' and '2. Propriétés', with various mathematical examples and graphs.

Vous souhaitez télécharger votre manuel ?

JE ME CONNECTE À L'APPLICATION ÉDUCADHOC

Vous n'avez pas encore l'application Educadhoc ?

J'INSTALLE ÉDUCADHOC

5 – Une fois l'application installée, je reviens sur Educadhoc en ligne et je clique sur « je me connecte à l'application educadhoc »

The screenshot shows the Educadhoc website interface. The top navigation bar includes 'ACCUEIL', 'RETOUR', 'RECHERCHER', 'SOMMAIRE', 'ALLER PAGE 96', 'BUREAU', 'FAVORIS', 'CAPTURE', 'ANNOTER', and 'MES CONTENUS'. The main content area is titled '2. Fonction continue' and includes sections for '1 Fonction continue sur un intervalle' and '2 Propriétés'. A modal dialog box is overlaid on the page, asking 'Vous souhaitez télécharger votre manuel ?' and providing two options: 'JE ME CONNECTE À L'APPLICATION EDUCADHOC' (highlighted with a red border and a mouse cursor) and 'J'INSTALLE EDUCADHOC'. The background content includes mathematical definitions, examples, and exercises related to continuous functions.

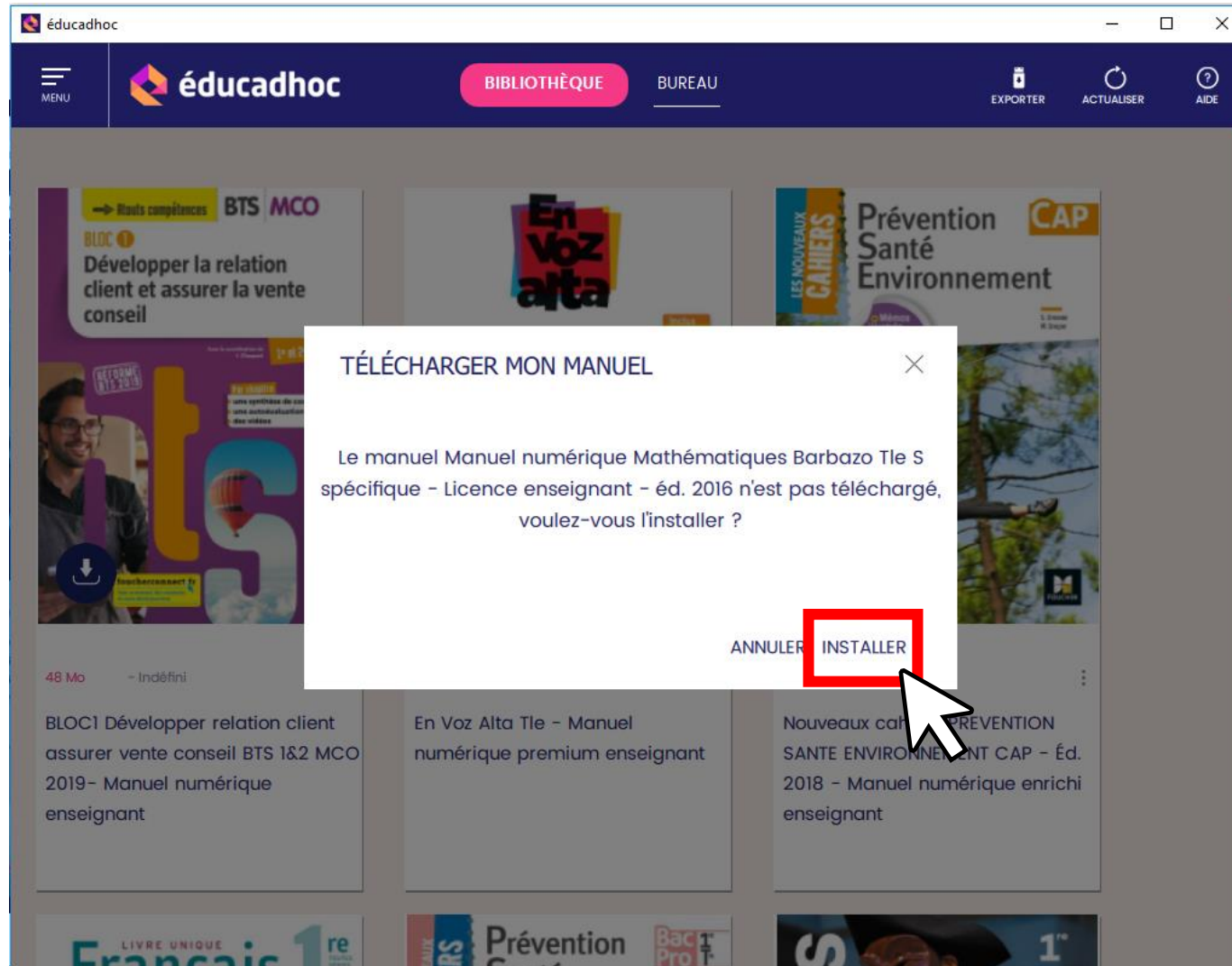
Vous souhaitez télécharger votre manuel ?

JE ME CONNECTE À L'APPLICATION EDUCADHOC

Vous n'avez pas encore l'application Educadhoc

J'INSTALLE EDUCADHOC

6 – Je clique sur « installer »



Votre manuel est désormais disponible hors connexion ! 